COLLEGE HELEIS Yamoussoukro
BP : 2363 ☎ 30 64 77 33 E-mail : collegeheleis@hotmail.fr
Site internet: www.collegeheleis.com
Sis en face de la petite mosquée du quartier N'zuessy (Yamoussoukro)

Année Scolaire 2016-2017

Niveau : Tle D
Durée : 4 h

DEVOIR DE MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2 /2.

EXERCICE 1

On considère le polynôme $\mathrm{P}(x)=2x^3-5x^2-x+6$.

1- a) Calculer $\mathrm{P}(-1)$.

b) En déduire une factorisation de $\mathrm{P}(x)$ sous forme de produits de polynômes de degré 1.

2- Résoudre dans IR, l'équation $\mathrm{P}(x)=0$.

3- Résoudre dans IR :

a) l'équation : $2e^{3x}-5e^{2x}-e^{x}+6=0$.

b) l'inéquation : $2e^{3x}-5e^{2x}-e^{x}+6\geq 0$

c) l'inéquation : $2e^{3x}-5e^{2x}-e^{x}+6<0$.

EXERCICE 2

Un tournoi oppose deux équipes A et B qui jouent trois parties successives d'un même jeu dans des circonstances identiques. Le vainqueur du tournoi est l'équipe qui gagne le plus de parties.
Á chaque partie, l'équipe A a une probabilité de 0,5 de gagner, l'équipe B a une probabilité égale à 0,4 de gagner et la probabilité pour que la partie soit nulle vaut 0,1.
On considère les événements suivants :
A : « l'équipe A gagne la partie » ;
B : « « l'équipe B gagne la partie » ;
N : « la partie est nulle ».

1- Dresser la liste des tournois sans vainqueur ; justifier qu'ils sont au nombre de 7.

2- Démontrer que la probabilité pour que le tournoi soit sans vainqueur est égale à 0,121.

3- Calculer la probabilité pour que l'équipe A gagne exactement une partie du tournoi et remporte le tournoi.

4- a) Démontrer que la probabilité pour que l'équipe A gagne le tournoi est 0,515.

b) Déterminer la probabilité pour que l'équipe B gagne le tournoi.

5- On accorde **trois (3)** points pour chaque match gagné, **zéro (0)** point pour chaque match perdu et **un (1)** point en cas de match nul.
On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de point obtenu par l'équipe A à l'issue du tournoi.
a) Déterminer la loi de probabilité de X
b) Calculer l'espérance mathématique de X.

PROBLEME

PARTIE A

Soit f la fonction dérivable et définie sur IR par : $f(x) = 2+(2x-1)e^{-2x}$.

1) Calculer la limite de f en $-\infty$ et $+\infty$.

2) Démontrer que **:** $\forall x \in \text{IR}, \quad f'(x) = 4(1-x)e^{-2x}$.

3) a) Etudier le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x , puis déterminer les variations de f .

b) Dresser le tableau de variation de *f.*

4) a) Démontrer que l'équation : $x \in \text{IR}, \quad f(x) = 0$ admet une unique solution réelle notée α .

b) Vérifier que : $-0{,}19 < \alpha < -0{,}18$.

5) Démontrer que : $\forall x \in]-\infty;\alpha[\,;\, f(x) < 0$ et $\forall x \in]\alpha\,;+\infty[\,;\, f(x) > 0$.

PARTIE B

Soit g la fonction définie et dérivable sur IR par $g(x) = 4x+1-2x\,\mathrm{e}^{-2x}$.

On note (C) sa courbe représentative dans le plan du repère orthonormé (O, I , J).

Unité : 2cm.

1) Calculer les limites de g en + ∞ et $-\infty$.

2)a) Démontrer que : pour tout nombre réel x : $g'(x) = 2f(x)$.

b) En déduire de $g'(x)$ suivant les valeurs de x , puis déterminer les variations de g .

c) Dresser le tableau de variation de g.

d) Démontrer que : $g(\alpha) = 4\alpha + 3 - \dfrac{2}{1-2\alpha}$.

En déduire un encadrement de $g(\alpha)$ d'amplitude 2.10^{-1} .

3) Démontrer que la droite (Δ) d'équation $y = 4x+1$ est une asymptote à (C) en $+\infty$.

4) Etudier les positions relatives de (Δ) et (C).

5) Démontrer que (C) admet en $-\infty$ une branche parabolique de direction (OJ).

6) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0.

7) Tracer (Δ) , (T) et (C).(On prendra $\alpha \approx -0{,}1$).

PARTIE C

1) Soit φ la restriction de g à l'intervalle $[\,0;+\infty[$.

a) Démontrer que φ est une bijection de $[0;+\infty[$ vers un intervalle K à déterminer.

On note φ^{-1} sa bijection réciproque et (C') sa courbe représentative dans le repère (O, I, J).

b) Dresser le tableau de variation de φ^{-1}.(justifier).

c) φ^{-1} est-elle dérivable en 1 ? Si oui, calculer $(\varphi^{-1})'(1)$.

2) Tracer (C ') dans le repère (O, I, J).

PARTIE D

Soit la fonction H définie sur IR par : $\text{H}(x) = (ax+b)e^{-2x}$ où a *et* b sont des nombres réels.

1) Déterminer les réels a *et* b pour que la fonction H soit une primitive de la fonction $h : x \rightarrow 2xe^{-2x}$.

2) Déduire de la question précédente une primitive G de la fonction g sur IR.